

Họ và tên thí sinh: **Số báo danh:**

Câu 1: Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là:

- A. C_{30}^5 . B. A_{30}^5 . C. 30^5 . D. A_{30}^4 .

Câu 2: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên K , $a, b \in K$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$. B. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.
C. $\int_a^b f(x)g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$. D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

Câu 3: Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên R và $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Khi đó $\int_1^4 f(3x-3) dx$ là

- A. 27. B. 3. C. 0. D. 24.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): -x + y + 3z - 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(2; -1; 1)$ và song song với (P) là:

- A. $x - y + 3z + 2 = 0$. B. $-x + y - 3z = 0$. C. $-x + y + 3z = 0$. D. $-x - y + 3z = 0$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases}; t \in R$ và điểm

$A(1; 2; 3)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là:

- A. $\vec{u} = (3; -4; 7)$. B. $\vec{u} = (3; -4; -7)$. C. $\vec{u} = (-3; -4; -7)$. D. $\vec{u} = (-3; -4; 7)$.

Câu 6: Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x^2-4}$ là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 7: Cắt hình nón đỉnh S bởi một mặt phẳng đi qua trục, ta được một tam giác vuông cân, cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng:

- A. $\frac{\pi a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{12}$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa cạnh SD và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{2a^3}{\sqrt{3}}$. B. $4a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{4a^3}{\sqrt{3}}$.

Câu 9: Phương trình $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là

- A. -1. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 10: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+3}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{2x+3} + C.$

B. $\int f(x)dx = e^{2x+3} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{2x+3} + C.$

D. $\int f(x)dx = 2e^{2x+3} + C.$

Câu 11: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ có phương trình là:

A. $y = 3x - \frac{29}{3}.$

B. $y = 3x - \frac{29}{3}; y = 3x + 1.$

C. $y = 3x + \frac{29}{3}.$

D. $y = 3x - 1.$

Câu 12: Cho các số thực dương a, b, c với $c \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log_c ab = \log_c b + \log_c a.$

B. $\log_c \frac{a}{b} = \frac{\log_c a}{\log_c b}.$

C. $\log_c \sqrt{b} = \frac{1}{2} \log_c b.$

D. $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b.$

Câu 13: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ trên đoạn $[-4; -2]$ là:

A. $\min y = -7.$
[−4;−2]

B. $\min y = -\frac{19}{3}.$
[−4;−2]

C. $\min y = -8.$
[−4;−2]

D. $\min y = -6.$
[−4;−2]

Câu 14: Gọi r là bán kính đường tròn đáy và l là độ dài đường sinh của hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

A. $2\pi r^2 l.$

B. $\pi r l.$

C. $2\pi l r.$

D. $\frac{1}{3} \pi r l.$

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên:

| | | | | | | | |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 1 | $+\infty$ | | | |
| y' | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |
| y | $+\infty$ | | -2 | | 2 | | $-\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -2 và giá trị cực đại bằng 2 .

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 16: Hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 + i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ là:

A. $\sqrt{55}.$

B. $5.$

C. $6.$

D. $\sqrt{61}.$

Câu 17: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính iz_0 ?

A. $iz_0 = 3 - i.$

B. $iz_0 = -3i + 1.$

C. $iz_0 = -3 - i.$

D. $iz_0 = 3i - 1.$

Câu 18: Các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 4$ là:

A. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2).$

B. $(-2; 0)$ và $(2; +\infty).$

C. $(-2; 0)$ và $(0; 2).$

D. $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty).$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm M có tọa độ:

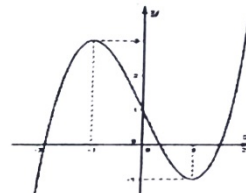
- A. $M(1; -2; 0)$. B. $M(0; -2; 3)$. C. $M(1; 0; 3)$. D. $M(2; -1; 0)$.

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| = |z-2+3i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là:

- A. Đường tròn tâm $I(1; 2)$, bán kính $R=1$.
 B. Đường thẳng có phương trình $2x-6y+12=0$.
 C. Đường thẳng có phương trình $x-3y-6=0$.
 D. Đường thẳng có phương trình $x-5y-6=0$.

Câu 21: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^3 + 3x + 1$.
 C. $y = -x^3 - 3x + 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.



Câu 22: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \frac{-3}{2}$. B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.
 C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = -2 + 6t \end{cases}$ và

$d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

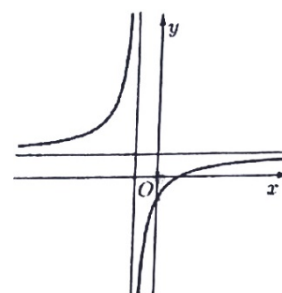
- A. $d_1 \perp d_2$. B. $d_1 \equiv d_2$.
 C. d_1 và d_2 chéo nhau. D. $d_1 // d_2$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là:

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $[-4; +\infty)$.

Câu 25: Đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $ad < 0, ab < 0$. B. $ad > 0, ab < 0$.
 C. $bd < 0, ab > 0$. D. $bd > 0, ad > 0$.



Câu 26: Tích phân $I = \int_{-1}^2 3x.e^x dx$ nhận giá trị nào sau đây:

- A. $I = \frac{3e^3 + 6}{e^{-1}}$. B. $I = \frac{3e^3 - 6}{e^{-1}}$. C. $I = \frac{3e^3 + 6}{e}$. D. $I = \frac{3e^3 + 6}{-e}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới mặt phẳng (α) .

A. $\frac{4}{\sqrt{21}}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

C. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$.

D. $9\sqrt{21}$.

Câu 28: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

A. $S_8 = 1093$.

B. $S_8 = 3820$.

C. $S_8 = 9841$.

D. $S_8 = 3280$.

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3)$, $B(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Điểm $C(a;b;c)$ là điểm nằm trên mặt phẳng (P) , có hoành độ dương để tam giác ABC đều. Tính $a - b + 3c$.

A. -7 .

B. -9 .

C. -5 .

D. -3 .

Câu 30: Cho $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết $f(\log(\log e)) = 2$. Tính giá trị của $f(\log(\ln 10))$.

A. 4.

B. 10.

C. 8.

D. 2.

Câu 31: Số giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2; 4]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m + 1)x^2 + 3x - 1$ đồng biến trên \mathbb{R} là:

A. 3.

B. 5.

C. 0.

D. 2.

Câu 32: Cho $x, y > 0$ và thỏa mãn $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \leq 0 \end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$$

A. 4.

B. 8.

C. 12.

D. 0.

Câu 33: m_0 là giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 - 1$ có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m_0 \in (-1; 1]$.

B. $m_0 \in (-2; -1]$.

C. $m_0 \in (-\infty; -2]$.

D. $m_0 \in (-1; 0)$.

Câu 34: Cho $X = \{0, 1, 2, 3, \dots, 15\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập hợp X . Tính xác suất để trong 3 số được chọn không có hai số liên tiếp.

A. $\frac{13}{35}$.

B. $\frac{7}{20}$.

C. $\frac{20}{35}$.

D. $\frac{13}{20}$.

Câu 35: Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$ trên $\left(0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là:

A. $\frac{7\pi}{6}$.

B. $\frac{7\pi}{3}$.

C. $\frac{7\pi}{2}$.

D. 2π .

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-3; -3; -3)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết rằng C luôn thuộc 1 đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $R = 4$.

B. $R = 6$.

C. $R = \frac{2\sqrt{33}}{3}$.

D. $R = \frac{2\sqrt{11}}{3}$.

Câu 37: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - m\left(\frac{1}{3}\right)^x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm.

Tập $\mathbb{R} \setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 4.

B. 9.

C. 0.

D. 3.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $R \setminus \{0; -1\}$ thỏa mãn các điều kiện $f(1) = -2\ln 2$ và $x(x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Giá trị của $f(2) = a + b \ln 3$ ($a, b \in Q$). Tính $a^2 + b^2$.

- A. $\frac{25}{4}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 39: Biết rằng hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3 - 4i| = 1$ và $|z_2 - 3 - 4i| = \frac{1}{2}$. Số phức z có phần thực là a và phần ảo là b thỏa mãn $3a - 2b = 12$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_1| + |z - 2z_2| + 2$ bằng

- A. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{11}$. B. $P_{\min} = 5 - 2\sqrt{3}$. C. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{13}$. D. $P_{\min} = 5 + 2\sqrt{5}$.

Câu 40: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \ln(x+1)$, trục hoành và đường thẳng $x = e - 1$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox .

- A. $e - 2$. B. 2π . C. πe . D. $\pi(e - 2)$.

Câu 41: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB = a, BC = 2a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $AC, CC', A'B$ và H là hình chiếu của A lên BC . Tính khoảng cách giữa MP và NH .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $a\sqrt{6}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. a .

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

- A. Tam giác MNE .
B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kỳ trên cạnh BD .
C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Câu 43: Phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

- A. $m > 0$. B. $m < -2$ hoặc $m > 1$.
C. $-1 < m < 0$. D. $-2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.

Câu 44: Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 20(m/s)$ thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t(m/s^2)$. Tính quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi gia tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất.

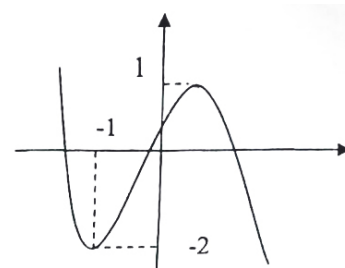
- A. $\frac{104}{3}m$. B. $104m$. C. $208m$. D. $\frac{104}{6}m$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là:

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) + 2x$ là:

- A. 4. B. 1.
C. 3. D. 2.



Câu 47: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° , cạnh $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $V = \frac{3}{4}a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Câu 48: Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x - \frac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm n .

- A. $n = 32$. B. $n = 30$. C. $n = 31$. D. $n = 33$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$. Tam giác ABC vuông tại A , $AB = 1cm$, $AC = \sqrt{3}cm$. Tam giác SAB , SAC lần lượt vuông góc tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}cm^3$. Tính khoảng cách từ C tới (SAB) .

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}cm$. B. $\frac{\sqrt{5}}{4}cm$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}cm$. D. $1cm$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$, $AA' = \frac{\sqrt{61}}{2}$. Hình chiếu của B' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC , M là trung điểm cạnh $A'B'$. Cosin của góc tạo bởi $mp(AMC')$ và $mp(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{11}{\sqrt{3157}}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$. C. $\frac{33}{\sqrt{3517}}$. D. $\frac{33}{\sqrt{3157}}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

BẢNG ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 – A | 2 – C | 3 – B | 4 – C | 5 – A | 6 – A | 7 – D | 8 – D | 9 – A | 10 – C |
| 11 – A | 12 – B | 13 – A | 14 – C | 15 – A | 16 – D | 17 – C | 18 – B | 19 – A | 20 – C |
| 21 – A | 22 – B | 23 – D | 24 – D | 25 – B | 26 – C | 27 – C | 28 – D | 29 – C | 30 – B |
| 31 – B | 32 – D | 33 – B | 34 – D | 35 – C | 36 – B | 37 – B | 38 – B | 39 – C | 40 – D |
| 41 – A | 42 – D | 43 – D | 44 – A | 45 – A | 46 – B | 47 – C | 48 – A | 49 – C | 50 – D |

Câu 1: Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là:

A. C_{30}^5 .

B. A_{30}^5 .

C. 30^5 .

D. A_{30}^4 .

Lời giải

Chọn A.

Câu 2: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên K , $a, b \in K$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

B. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.

C. $\int_a^b f(x)g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.

D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 3: Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên R và $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Khi đó $\int_1^4 f(3x-3) dx$ là

A. 27.

B. 3.

C. 0.

D. 24.

Lời giải

Đặt $t = 3x - 3$, ta có $dt = 3dx$, $x = 1 \Rightarrow t = 0$; $x = 4 \Rightarrow t = 9$.

Ta có: $\int_1^4 f(3x-3) dx = \frac{1}{3} \int_0^9 f(t) dt = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3$. **Chọn B.**

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): -x + y + 3z - 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(2; -1; 1)$ và song song với (P) là:

A. $x - y + 3z + 2 = 0$.

B. $-x + y - 3z = 0$.

C. $-x + y + 3z = 0$.

D. $-x - y + 3z = 0$.

Lời giải

$\vec{n}_{(\alpha)} = (-1; 1; 3)$ nên phương trình mặt phẳng (α) : $-1(x-2) + 1(y+1) + 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow -x + y + 3z = 0$.

Chọn C.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases}; t \in R$ và điểm

$A(1; 2; 3)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là:

A. $\vec{u} = (3; -4; 7)$.

B. $\vec{u} = (3; -4; -7)$.

C. $\vec{u} = (-3; -4; -7)$.

D. $\vec{u} = (-3; -4; 7)$.

Lời giải

\vec{u} cùng phương với $(3; -4; 7)$.

Chọn A.

Câu 6: Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x^2-4}$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Tiệm cận đứng $x = 2$ và $x = -2$. Tiệm cận ngang $y = 0$.

Chọn A.

Câu 7: Cắt hình nón đỉnh S bởi một mặt phẳng đi qua trục, ta được một tam giác vuông cân, cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng:

A. $\frac{\pi a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{12}$.

D. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Khối nón có bán kính đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, đường cao $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $V = \frac{1}{3}h.S_d = \frac{1}{3}h.\pi r^2 = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. **Chọn D.**

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa cạnh SD và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{2a^3}{\sqrt{3}}$.

B. $4a^3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = \frac{4a^3}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Ta có: $\widehat{SDA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AD.\tan 60^\circ = 2a.\sqrt{3}$.

Do đó $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}SA.AB.AD = \frac{1}{3}2\sqrt{3}a.a.2a = \frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. **Chọn D.**

Câu 9: Phương trình $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là

A. -1.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Đặt $(\sqrt{2}-1)^x = t$, ta có $(\sqrt{2}+1)^x = \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)^x = \frac{1}{(\sqrt{2}-1)^x} = \frac{1}{t}$. Phương trình tương đương với:

$t + \frac{1}{t} - 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2\sqrt{2}t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 + \sqrt{2} \\ t = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$, do đó $x = 1$ hoặc $x = -1$. **Chọn A.**

Câu 10: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+3}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{2x+3} + C$.

B. $\int f(x)dx = e^{2x+3} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{2x+3} + C.$

D. $\int f(x)dx = 2e^{2x+3} + C.$

Lời giải

$$\int f(x)dx = \int e^{2x+3} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x+3} d(2x+3) = \frac{e^{2x+3}}{2} + C. \text{ Chọn C.}$$

Câu 11: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ có phương trình là:

A. $y = 3x - \frac{29}{3}.$

B. $y = 3x - \frac{29}{3}; y = 3x + 1.$

C. $y = 3x + \frac{29}{3}.$

D. $y = 3x - 1.$

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3$. Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ thì 2 đường này phải cùng hệ số góc, ta có: $y' = 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

Khi $x = 0$, ta có phương trình: $y = 3(x - 0) + y(0) = 3x + 1$. Đường này trùng với đường thẳng $y = 3x + 1$

Khi $x = 4$, ta có phương trình $y = 3(x - 4) + y(4) = 3x - 12 + \frac{7}{3} = 3x - \frac{29}{3}$.

Chọn A.

Câu 12: Cho các số thực dương a, b, c với $c \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log_c ab = \log_c b + \log_c a.$

B. $\log_c \frac{a}{b} = \frac{\log_c a}{\log_c b}.$

C. $\log_c \sqrt{b} = \frac{1}{2} \log_c b.$

D. $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b.$

Lời giải

$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$. **Chọn B.**

Câu 13: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ trên đoạn $[-4; -2]$ là:

A. $\min y = -7.$
[−4;−2]

B. $\min y = -\frac{19}{3}.$
[−4;−2]

C. $\min y = -8.$
[−4;−2]

D. $\min y = -6.$
[−4;−2]

Lời giải

$$y = \frac{x^2 + 3}{x + 1} = \frac{(x^2 - 1) + 4}{x + 1} = x - 1 + \frac{4}{x + 1}; y' = 1 - \frac{4}{(x + 1)^2} = \frac{(x + 1)^2 - 2^2}{(x + 1)^2} = \frac{(x - 1)(x + 3)}{(x + 1)^2}$$

Trên đoạn $[-4; -2]$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -3$, do đó $\min\{y\} = \min\{y(-4); y(-3); y(-2)\} = y(-2) = -7$.

Chọn A.

Câu 14: Gọi r là bán kính đường tròn đáy và l là độ dài đường sinh của hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

A. $2\pi r^2 l$.

B. $\pi r l$.

C. $2\pi l r$.

D. $\frac{1}{3}\pi r l$.

Lời giảiCông thức tính diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi r l$. **Chọn C.****Câu 15:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên:

| | | | | | | | |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 1 | $+\infty$ | | | |
| y' | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |
| y | $+\infty$ | | -2 | | 2 | | $-\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -2 và giá trị cực đại bằng 2 .B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

Lời giải**Chọn A.****Câu 16:** Hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 + i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ là:

A. $\sqrt{55}$.

B. 5 .

C. 6 .

D. $\sqrt{61}$.

Lời giải $z_1 + 3z_2 = 2 + 3i + 3(1 + i) = 5 + 6i$. Do đó: $|z_1 + 3z_2| = |5 + 6i| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$. **Chọn D.****Câu 17:** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính iz_0 ?

A. $iz_0 = 3 - i$.

B. $iz_0 = -3i + 1$.

C. $iz_0 = -3 - i$.

D. $iz_0 = 3i - 1$.

Lời giảiPhương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có 2 nghiệm là $-1 + 3i$ và $-1 - 3i$ nên $z_0 = -1 + 3i$.Do đó $iz_0 = -i + 3i^2 = -3 - i$. **Chọn C.****Câu 18:** Các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 4$ là:

A. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

B. $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

C. $(-2; 0)$ và $(0; 2)$.

D. $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giảiTa có: $y' = 4x^3 - 16x = 4x(x-2)(x+2)$, do đó $y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$. **Chọn B.****Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm M có tọa độ:

A. $M(1; -2; 0)$.

B. $M(0; -2; 3)$.

C. $M(1; 0; 3)$.

D. $M(2; -1; 0)$.

Lời giảiGọi $M(a; b; 0)$ là điểm thuộc (Oxy) . Ta có $\overrightarrow{AM} = (a-1; b+2; -3)$; $\vec{n}_{(Oxy)} = (0; 0; 1)$.

$$\overrightarrow{AM} // \vec{n}_{(Oxy)} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ b+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}. \text{ Do đó } M(1; -2; 0). \text{ Chọn A.}$$

Ghi nhớ: Hình chiếu vuông góc của điểm $A(a; b; c)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M(a; b; 0)$.

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| = |z-2+3i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là:

- A. Đường tròn tâm $I(1; 2)$, bán kính $R=1$.
- B. Đường thẳng có phương trình $2x-6y+12=0$.
- C. Đường thẳng có phương trình $x-3y-6=0$.
- D. Đường thẳng có phương trình $x-5y-6=0$.

Lời giải

Đặt $z = a + bi$. Ta có: $|z-1| = |a-1+bi| = \sqrt{(a-1)^2 + b^2}$;

$$|z-2+3i| = |a-2+(b+3)i| = \sqrt{(a-2)^2 + (b+3)^2}$$

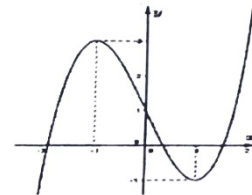
Theo đề bài:

$$(a-1)^2 + b^2 = (a-2)^2 + (b+3)^2 \Leftrightarrow -2a+1 = -4a+4+6b+9 \Leftrightarrow 2a-6b-12=0 \Leftrightarrow a-3b-6=0.$$

Do đó điểm biểu diễn số phức z thuộc đường thẳng $x-3y-6=0$. **Chọn C.**

Câu 21: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$.
- B. $y = x^3 + 3x + 1$.
- C. $y = -x^3 - 3x + 1$.
- D. $y = -x^3 + 3x + 1$.



Lời giải

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên hệ số $a > 0$. (loại C và D).

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt. **Chọn A.**

Câu 22: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \frac{-3}{2}$.
- B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.
- C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$.
- D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

Lời giải

Chú ý rằng $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty = \frac{-1}{0^-} = +\infty$. **Chọn B.**

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = -2 + 6t \end{cases}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases}. \text{ Khẳng định nào sau đây là đúng?}$$

- A. $d_1 \perp d_2$.
- B. $d_1 \equiv d_2$.

C. d_1 và d_2 chéo nhau.

D. $d_1 // d_2$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-2; 4; 6)$

Đường thẳng d_2 có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$.

Vì \vec{u}_1 cùng phương với \vec{u}_2 nên 2 véc tơ này song song hoặc trùng nhau.

Nhận thấy điểm $M(1; 3; -2) \in d_1$ nhưng không thuộc d_2 nên $d_1 // d_2$. **Chọn D.**

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là:

A. $[0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 4)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $[-4; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4$. **Chọn D.**

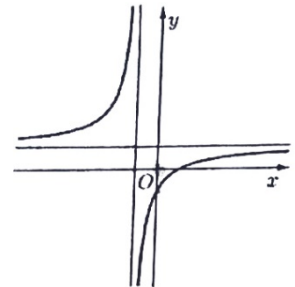
Câu 25: Đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $ad < 0, ab < 0$.

B. $ad > 0, ab < 0$.

C. $bd < 0, ab > 0$.

D. $bd > 0, ad > 0$.



Lời giải

Ta có: $y(0) < 0 \Rightarrow \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow bd < 0$ nên b, d trái dấu (1).

Lại có $y\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$, dựa theo đồ thị ta thấy hàm số có 1 nghiệm duy nhất $x_0 > 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0$ nên a và b trái dấu (2).

Từ (1) và (2) suy ra a và d cùng dấu nên $ad > 0$. **Chọn B.**

Câu 26: Tích phân $I = \int_{-1}^2 3x.e^x dx$ nhận giá trị nào sau đây:

A. $I = \frac{3e^3 + 6}{e^{-1}}$.

B. $I = \frac{3e^3 - 6}{e^{-1}}$.

C. $I = \frac{3e^3 + 6}{e}$.

D. $I = \frac{3e^3 + 6}{-e}$.

Lời giải

$I = 3 \int_{-1}^2 x d(e^x) = 3xe^x \Big|_{-1}^2 - 3 \int_{-1}^2 e^x dx = 6e^2 + 3e^{-1} - 3(e^2 - e^{-1}) = 3e^2 + \frac{6}{e} = \frac{3e^3 + 6}{e}$. **Chọn C.**

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới mặt phẳng (α) .

A. $\frac{4}{\sqrt{21}}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

C. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$.

D. $9\sqrt{21}$.

Lời giải

Vì A, B, C thuộc các tia Ox, Oy, Oz , giả sử $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$.

Theo đề bài: $c = 2b = 4a$.

Phương trình mặt phẳng (α) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{2a} + \frac{z}{4a} = 1$.

Vì $M(1;2;1) \in (\alpha)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{2a} + \frac{1}{4a} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{4a} = 1 \Leftrightarrow a = \frac{9}{4}$.

Do đó phương trình mặt phẳng (α) : $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = \frac{9}{4}$.

Khoảng cách từ gốc tọa độ O tới (α) : $d = \frac{\left| -\frac{9}{4} \right|}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \frac{3\sqrt{21}}{7}$. **Chọn C.**

Câu 28: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

A. $S_8 = 1093$.

B. $S_8 = 3820$.

C. $S_8 = 9841$.

D. $S_8 = 3280$.

Lời giải

Giả sử công bội của cấp số nhân là q , từ đề bài ta có:

$$\begin{cases} u_1 + qu_1 + q^2u_1 = 13 \\ q^3u_1 - u_1 = 26 \end{cases} \Rightarrow q^3 - 1 = 2(q^2 + q + 1) \Leftrightarrow (q-3)(q^2 + q + 1) = 0 \Leftrightarrow q = 3 \Rightarrow u_1 = 1.$$

Chọn D.

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3)$, $B(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Điểm $C(a;b;c)$ là điểm nằm trên mặt phẳng (P) , có hoành độ dương để tam giác ABC đều. Tính $a - b + 3c$.

A. -7 .

B. -9 .

C. -5 .

D. -3 .

Lời giải

Ta có: $AB = \sqrt{2^2 + 0^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$; $\overrightarrow{AB} = (2;0;2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB : $x + z + 1 = 0$.

Gọi đường thẳng d là giao tuyến của mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB và (P) . Đường thẳng d đi

qua điểm $M(0;-1;-1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = [(1;0;1); (3;-8;7)] = (8;-4;-8) \Rightarrow (d): \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$

Điểm C thuộc d , giả sử tọa độ của C là $C(2t;-1-t;-1-2t)$ ($t > 0$)

Ta có: $CA = AB \Leftrightarrow 4t^2 + (1+t)^2 + 4(t-1)^2 = 8 \Leftrightarrow 9t^2 - 6t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ (do t dương).

Vậy $a = 2t = 2; b = -1 - t = -2; c = -1 - 2t = -3$ nên $a - b + 3c = 2 + 2 - 9 = -5$. **Chọn C.**

Câu 30: Cho $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết $f(\log(\log e)) = 2$. Tính giá trị của $f(\log(\ln 10))$.

A. 4.

B. 10.

C. 8.

D. 2.

Lời giải

Chú ý rằng $\log(\log e) + \log(\ln 10) = \log(\log e \cdot \ln 10) = \log(\log_{10} e \cdot \log_e 10) = \log(1) = 0$.

Đặt $\log(\log e) = t \Rightarrow \log(\ln 10) = -t$.

Ta có: $f(t) = a \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) + b \sin t + 6 = 2 \Rightarrow a \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) + b \sin t = -4$.

$f(-t) = a \ln(-t + \sqrt{t^2 + 1}) + b \sin(-t) + 6 = a \ln \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1} + t} - b \sin t + 6 = -a \ln(\sqrt{t^2 + 1} + t) - b \sin t + 6$
 $= 4 + 6 = 10$. **Chọn B.**

Câu 31: Số giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2; 4]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m + 1)x^2 + 3x - 1$ đồng biến trên R là:

A. 3.

B. 5.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Ta có: $y' = (m^2 - 1)x^2 + 2(m + 1)x + 3$

- Với $m = -1$, ta có $y' = 3 > 0 \quad \forall x \in R$ nên hàm số luôn đồng biến trên R .
- Với $m = 1$, $y' = 4x + 3$. Với $x < -\frac{3}{4}$ thì $y' < 0$ nên hàm số không đồng biến trên R .
- Với $m^2 \neq 1$, ta có $y' \geq 0$ với mọi $x \in R$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ \Delta' = (m + 1)^2 - 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \\ m^2 - m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \\ m \geq 2 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m < -1 \end{cases}$$

Vậy các giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện đề bài thuộc $\{-2; -1; 2; 3; 4\}$. **Chọn B.**

Câu 32: Cho $x, y > 0$ và thỏa mãn $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \leq 0 \end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x ?$$

A. 4.

B. 8.

C. 12.

D. 0.

Lời giải

Vì $x, y > 0$ nên ta có: $x^2 - xy + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3 = xy \Leftrightarrow y = x + \frac{3}{x}$.

Do đó: $2x + 3y - 14 \leq 0 \Leftrightarrow 2x + 3\left(x + \frac{3}{x}\right) - 14 \leq 0 \Leftrightarrow 5x + \frac{9}{x} - 14 \leq 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 14x + 9 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{9}{5}$.

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x = 3x^2\left(x + \frac{3}{x}\right) - x\left(x + \frac{3}{x}\right)^2 - 2x^3 + 2x = 3x^3 + 9x - x\left(x^2 + \frac{9}{x^2} + 6\right) - 2x^3 + 2x \\ &= 5x - \frac{9}{x}. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = 5x - \frac{9}{x}$, ta có $f(x)$ xác định trên $\left[1; \frac{9}{5}\right]$ có $f'(x) = 5 + \frac{9}{x^2} > 0$ nên

$f(1) \geq f(x) \geq f\left(\frac{9}{5}\right) \Leftrightarrow -4 \geq f(x) \geq 4$. Do đó $\min P = -4$ và $\max P = 4$. **Chọn D.**

Câu 33: m_0 là giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 - 1$ có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $m_0 \in (-1; 1]$. B. $m_0 \in (-2; -1]$. C. $m_0 \in (-\infty; -2]$. D. $m_0 \in (-1; 0)$.

Lời giải

Ta có: $y' = 4x^3 + 4mx = 4x(x^2 + m)$. Điều kiện để hàm số có 3 điểm cực trị là $m < 0$. Khi đó các điểm cực trị là $x = 0$; $x = -\sqrt{-m}$ và $x = \sqrt{-m}$.

Các điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0; -1)$; $B(-\sqrt{-m}; -m^2 - 1)$ và $C(\sqrt{-m}; -m^2 - 1)$.

Trung điểm H của BC có tọa độ $(0; -m^2 - 1)$.

Ta có: $BC = \sqrt{(2\sqrt{-m})^2} = 2\sqrt{-m}$; $AH = \sqrt{(-m^2)^2} = |-m^2| = m^2$.

Tam giác ABC cân tại A nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{-m} \cdot m^2 = \sqrt{-m} \cdot m^2 = 4\sqrt{2} \Rightarrow m = -2$.

Chọn C.

Câu 34: Cho $X = \{0, 1, 2, 3, \dots, 15\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập hợp X . Tính xác suất để trong 3 số được chọn không có hai số liên tiếp.

- A. $\frac{13}{35}$. B. $\frac{7}{20}$. C. $\frac{20}{35}$. D. $\frac{13}{20}$.

Lời giải

A là biến cố trong 3 số được chọn không có hai số liên tiếp.

\bar{A} là biến cố trong 3 số được chọn có ít nhất 2 số liên tiếp.

Số trường hợp để trong 3 số được chọn là 3 số liên tiếp: $n_1 = 14$.

Số trường hợp để trong 3 số được chọn, có 2 số là 0 và 1, số còn lại khác 2: $n_2 = \frac{15-3}{1} + 1 = 13$.

Số trường hợp để trong 3 số được chọn, có 2 số là 14 và 15, số còn lại khác 13: $n_3 = \frac{12-0}{1} + 1 = 13$

Số trường hợp để trong 3 số được chọn có đúng 2 số liên tiếp: $n_4 = n_2 + n_3 + 13 \cdot 12 = 2 \cdot 13 + 12 \cdot 13 = 14 \cdot 13$

Tổng số khả năng của \bar{A} : $n(\bar{A}) = n_1 + n_4 = 14 + 13 \cdot 14 = 14^2$

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$. Do đó: $P(A) = \frac{560 - 14^2}{560} = \frac{13}{20}$. **Chọn D.**

Câu 35: Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$ trên $\left(0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là:

- A. $\frac{7\pi}{6}$. B. $\frac{7\pi}{3}$. C. $\frac{7\pi}{2}$. D. 2π .

Lời giải

Phương trình tương đương với: $1 + \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x = 1$

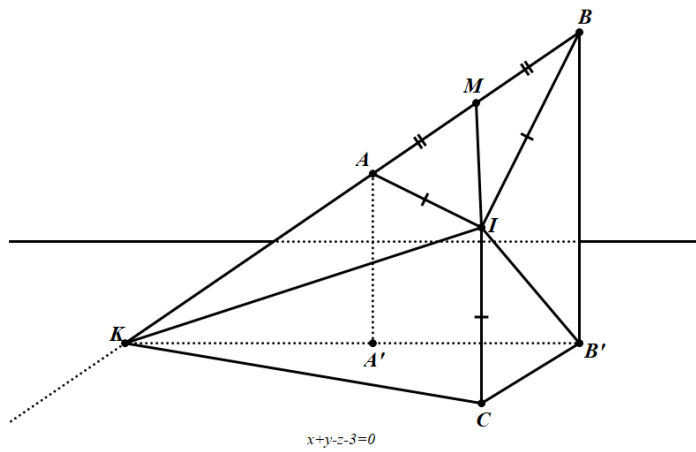
$\Leftrightarrow \cos 2x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \sin 2x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = 1 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Ta có: $0 < \frac{\pi}{6} + k\pi \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k \leq \frac{7}{3}$. Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\}$. Do đó các nghiệm của phương trình thuộc $\left(0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{6}$ và $\frac{13\pi}{6}$. Tổng các nghiệm đó là $\frac{7\pi}{2}$. **Chọn C.**

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-3; -3; -3)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết rằng C luôn thuộc 1 đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

- A. $R = 4$. B. $R = 6$. C. $R = \frac{2\sqrt{33}}{3}$. D. $R = \frac{2\sqrt{11}}{3}$.

Lời giải



Để thấy AB không song song với (P) . Gọi K là giao điểm của AB và (P) .

Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu của A, B lên (P) , M là trung điểm của AB , I là tâm của mặt cầu (S) .

$\triangle ICK$ vuông tại C nên $KC^2 = IK^2 - IC^2 = IK^2 - IA^2$.

Vì $IA = IB \Rightarrow IM \perp AB$, do đó $IK^2 - IA^2 = (IM^2 + MK^2) - (IM^2 + MA^2) = MK^2 - MA^2 = MK^2 - \frac{1}{4}AB^2$

Do đó $KC = \sqrt{MK^2 - \frac{1}{4}AB^2}$ không đổi, mà K cố định nên C luôn di động trên đường tròn tâm K , bán kính $\sqrt{MK^2 - \frac{1}{4}AB^2}$ và nằm trong mặt phẳng (P) .

Phương trình đường thẳng AB : $x = y = z$.

Điểm K là giao của AB và (P) nên tọa độ của K thỏa mãn hệ $\begin{cases} x = y = z \\ x + y - z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 3$.

Do đó $K(3; 3; 3)$. Điểm M là trung điểm của AB nên $M(-1; -1; -1) \Rightarrow MK^2 = 4^2 \cdot 3$.

Lại có $AB^2 = 4^2 + 4^2 + 4^2 = 4^2 \cdot 3$. Do đó $R = \sqrt{4^2 \cdot 3 \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{6^2} = 6$. **Chọn B.**

Câu 37: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - m\left(\frac{1}{3}\right)^x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm.

Tập $R \setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 4. B. 9. C. 0. D. 3.

Lời giải

Đặt $t = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ($t > 0$). Phương trình tương đương với: $t^2 - mt + 2m + 1 = 0$ (1)

$$\Delta = m^2 - 4(2m + 1) = m^2 - 8m - 4 = (m - 4 - 2\sqrt{5})(m - 4 + 2\sqrt{5}) \Rightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 + 2\sqrt{5} \\ m < 4 - 2\sqrt{5} \end{cases}$$

Để phương trình đề bài có nghiệm thì (1) phải có ít nhất 1 nghiệm dương, ta có 3 trường hợp:

$$\text{TH1: (1) có 2 nghiệm đều dương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S = m > 0 \\ P = 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 + 2\sqrt{5} \\ m < 4 - 2\sqrt{5} \Leftrightarrow m > 4 + 2\sqrt{5} \\ m > 0 \end{cases}$$

TH2: (1) có 1 nghiệm $t > 0$, 1 nghiệm $t = 0$. (1) có nghiệm $t = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$, thay vào thấy nghiệm còn lại là $t = -\frac{1}{2} < 0$ (không thỏa mãn)

TH3: (1) có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow P < 0 \Leftrightarrow 2m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$

$$\text{Do đó: } S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (4 + 2\sqrt{5}; +\infty) \Rightarrow R \setminus S = \left[-\frac{1}{2}; 4 + 2\sqrt{5}\right]$$

Do đó các giá trị nguyên của $R \setminus S$ thuộc tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. **Chọn B.**

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $R \setminus \{0; -1\}$ thỏa mãn các điều kiện $f(1) = -2\ln 2$ và $x(x+1).f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Giá trị của $f(2) = a + b\ln 3$ ($a, b \in Q$). Tính $a^2 + b^2$.

A. $\frac{25}{4}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{13}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } x(x+1).f'(x) + f(x) = x^2 + x \Leftrightarrow \frac{x}{x+1}f'(x) + \frac{1}{(x+1)^2}f(x) = \frac{x}{x+1} \Leftrightarrow \left[f(x) \cdot \frac{x}{x+1}\right]' = \frac{x}{x+1}$$

$$\Rightarrow f(x) \cdot \frac{x}{x+1} = \int \frac{x}{x+1} = x - \ln|x+1| + C.$$

$$\text{Thay } x = 1, \text{ ta được } f(1) \cdot \frac{1}{2} = 1 - \ln 2 + C \Leftrightarrow -\ln 2 = 1 - \ln 2 + C \Rightarrow C = -1.$$

$$\text{Do đó } f(x) \cdot \frac{x}{x+1} = x - 1 - \ln|x+1|, \text{ thay } x = 2, \text{ ta có } f(2) \cdot \frac{2}{3} = 1 - \ln 3 \Leftrightarrow f(2) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\ln 3.$$

$$a^2 + b^2 = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 39: Biết rằng hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3 - 4i| = 1$ và $|z_2 - 3 - 4i| = \frac{1}{2}$. Số phức z có phần thực

là a và phần ảo là b thỏa mãn $3a - 2b = 12$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_1| + |z - 2z_2| + 2$ bằng

A. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{11}$.

B. $P_{\min} = 5 - 2\sqrt{3}$.

C. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{13}$.

D. $P_{\min} = 5 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , xét điểm $I(3;4)$ biểu diễn số phức $3+4i$; điểm $J(6;8)$ biểu diễn số phức $6+8i$. $M(a;b)$ biểu diễn số phức z . Điểm A và B lần lượt biểu diễn các số phức $z_1, 2z_2$.

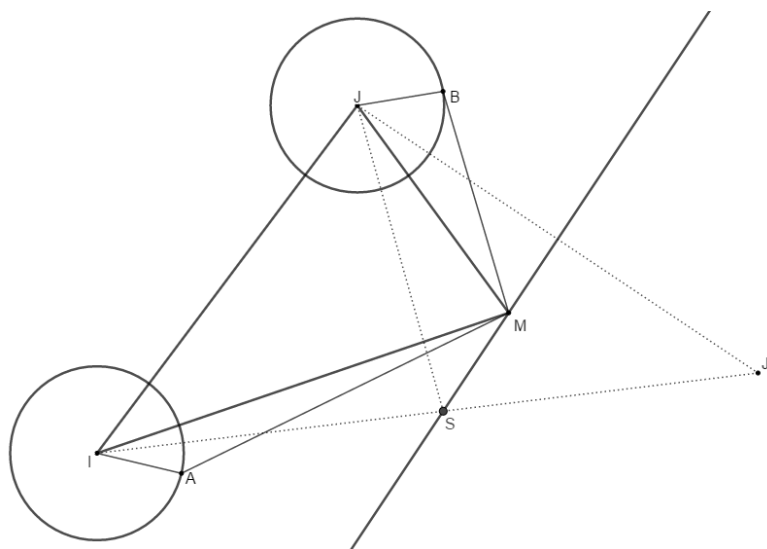
Theo đề bài:

$$|z_1 - 3 - 4i| = 1 \Rightarrow AI = 1$$

$\Rightarrow A$ thuộc $(I;1)$.

$$|z_2 - 3 - 4i| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow |2z_2 - 6 - 8i| = 1$$

$$\Leftrightarrow BJ = 1 \Leftrightarrow B \in (J;1).$$



Vì $3a - 2b = 12$ nên M thuộc đường thẳng $(d): 3x - 2y = 12$.

Ta có: $P = |z - z_1| + |z - 2z_2| + 2 = MA + MB + 2 = MA + AI + MB + BJ \geq MI + MJ$.

Gọi J' đối xứng với J qua d thì $MJ' = MJ \Rightarrow MI + MJ = MI + MJ' \geq IJ'$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M trùng với giao điểm S của IJ' và đường thẳng d .

Giả sử $J'(a;b)$. Ta có: $\overrightarrow{JJ'} = (a-6; b-8)$.

$$\overrightarrow{JJ'} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow (a-6; b-8) \cdot (2; 3) = 0 \Leftrightarrow 2(a-6) + 3(b-8) = 0 \Leftrightarrow 2a + 3b = 36 \quad (1)$$

Lại có trung điểm của JJ' là điểm có tọa độ $\left(\frac{a+6}{2}; \frac{b+8}{2}\right)$ thuộc đường thẳng d nên

$$3\left(\frac{a+6}{2}\right) - 2\left(\frac{b+8}{2}\right) = 12 \Leftrightarrow \frac{3}{2}a + 9 - b - 8 = 12 \Leftrightarrow \frac{3}{2}a - b = 11 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $J'\left(\frac{138}{13}; \frac{64}{13}\right) \Rightarrow IJ' = \frac{\sqrt{9945}}{13}$. **Chọn C.**

Câu 40: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \ln(x+1)$, trục hoành và đường thẳng $x = e-1$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox .

A. $e-2$.

B. 2π .

C. πe .

D. $\pi(e-2)$.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox :

$$V = \pi \int_0^{e-1} [\ln(x+1)]^2 dx = \pi \int_1^e (\ln t)^2 dt = \pi(e-2). \quad \text{Chọn D.}$$

Câu 41: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB = a, BC = 2a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $AC, CC', A'B$ và H là hình chiếu của A lên BC . Tính khoảng cách giữa MP và NH .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $a\sqrt{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải

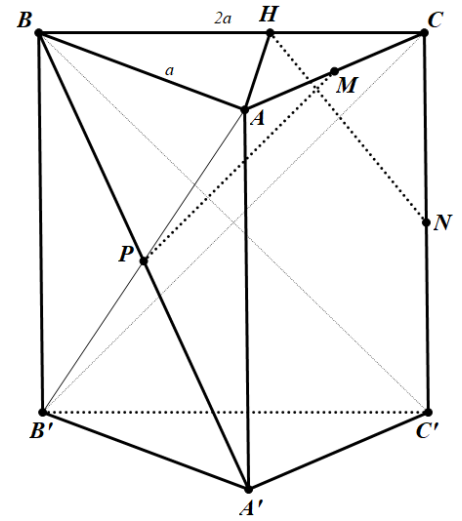
Vì M và P là trung điểm của AC và AB' nên $MP \parallel B'C$.
Mặt phẳng $(BB'C'C)$ chứa HN và song song với MP nên khoảng cách giữa MP và HN là khoảng cách từ M tới mặt phẳng $(BB'C'C)$.

Vì M là trung điểm của AC nên khoảng cách này bằng $\frac{1}{2}$ khoảng cách từ A xuống $(BB'C'C)$.

Để thấy $AH \perp (BB'C'C)$ và $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a \cdot \sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

$$d_{M/(BB'C'C)} = \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a$$

Chọn A.



Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kỳ trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
- D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Lời giải

M, N là trung điểm của AB và AC nên $MN \parallel BC$ và

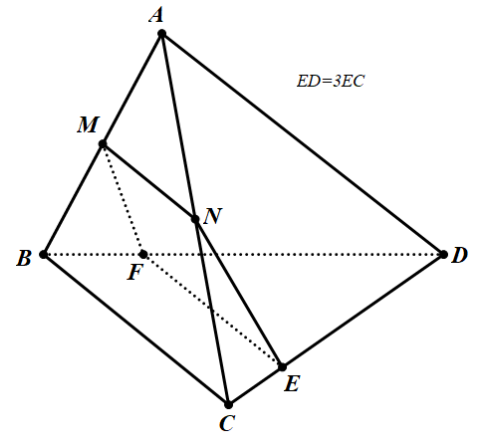
$$MN = \frac{1}{2}BC.$$

Qua E kẻ đường thẳng song song với BC , cắt BD tại F thì $EF \parallel MN \Rightarrow$ thiết diện là tứ giác $MNEF$.

$$\text{Ta có } \frac{EF}{BC} = \frac{DE}{DC} = \frac{3}{4} \Rightarrow EF = \frac{3}{4}BC > MN.$$

Do đó tứ giác $MNEF$ là hình thang, không là hình bình hành.

Chọn D.



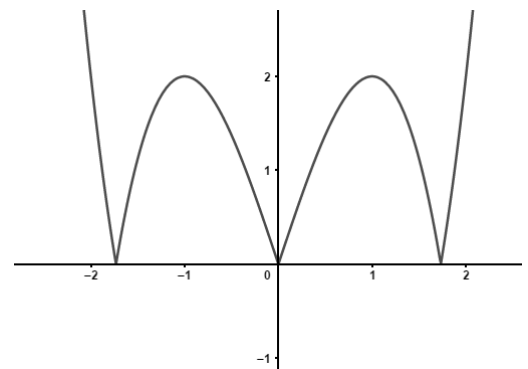
Câu 43: Phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

- A. $m > 0$.
- B. $m < -2$ hoặc $m > 1$.
- C. $-1 < m < 0$.
- D. $-2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.

Lời giải

Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x|$, ta được đồ thị như hình vẽ.

Số nghiệm của phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x|$ với đường thẳng $y = m^2 + m$. Để phương trình này có 6 nghiệm phân biệt



$$\text{thì } 0 < m^2 + m < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m(m+1) > 0 \\ (m-1)(m+2) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < -1 \\ 0 < m < 1 \end{cases}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 44: Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 20(m/s)$ thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t(m/s^2)$. Tính quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi gia tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất.

- A. $\frac{104}{3}m$. B. $104m$. C. $208m$. D. $\frac{104}{6}m$.

Lời giải

$$v = \int (-4 + 2t) dt = -4t + t^2 + C. \text{ Tại thời điểm } t = 0, v = 20 \Rightarrow C = 20.$$

Do đó $v = -4t + t^2 + 20 = (t-2)^2 + 16 \geq 16$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $t = 2$.

$$s = \int_0^2 (-4t + t^2 + 20) dt = \frac{104}{3}m. \text{ Chọn A.}$$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là:

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải

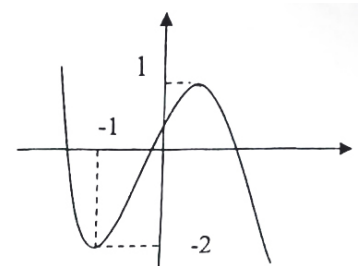
$$\Delta \text{ có véc tơ chỉ phương: } \vec{u} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d] = [(1; 2; 1); (2; 1; 3)] = (-5; 1; 3)$$

$$\text{Đường thẳng } d \text{ giao } (P) \text{ tại } M \text{ có tọa độ thỏa mãn hệ: } \begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow M(1; 1; 1).$$

$$\Delta \text{ qua } M \text{ và có véc tơ chỉ phương } \vec{u} \text{ nên phương trình } \Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) + 2x$ là:

- A. 4. B. 1.
C. 3. D. 2.



Lời giải

Xét hàm số $g(x) = f(x) + 2x$. Ta có $g'(x) = f'(x) + 2$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -2$.

Đề x_0 là 1 điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$ thì $g'(x_0) = 0$ và $g'(x)$ đổi dấu tại x_0 .

Chú ý rằng các nghiệm của phương trình $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -2$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ với đường thẳng $y = -2$. Nhìn vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta thấy 2 đường này giao nhau tại 2 điểm có hoành độ là -1 và a ($a > 0$). Tuy nhiên $f'(x) + 2$ không đổi dấu tại -1 và $f'(x) + 2$ đổi dấu tại a nên hàm số $y = g(x) = f(x) + 2x$ có 1 điểm cực trị. **Chọn B.**

Câu 47: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° , cạnh $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

B. $V = \frac{3}{4}a^3$.

C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Lời giải

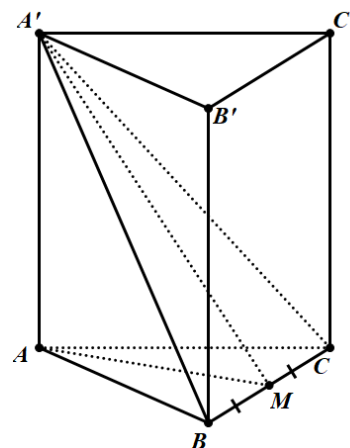
Gọi M là trung điểm của BC . Dễ thấy góc giữa 2 mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ là góc $\widehat{AMA'}$.

$$\Delta ABC \text{ đều có } AB = a \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

$$AA' = AM \cdot \tan \widehat{AMA'} = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}a}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 48: Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x - \frac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm n .

A. $n = 32$.

B. $n = 30$.

C. $n = 31$.

D. $n = 33$.

Lời giải

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^{n-k} (-1)^k \left(\frac{1}{4}\right)^k. \text{ Do đó hệ số của } x^{n-2} (k=2) \text{ là: } C_n^2 (-1)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{C_n^2}{16} = \frac{n(n-1)}{32} = 31$$

$$\Rightarrow n(n-1) = 32 \cdot 31 \Rightarrow n = 32. \text{ Chọn A.}$$

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$. Tam giác ABC vuông tại A , $AB = 1\text{cm}$, $AC = \sqrt{3}\text{cm}$. Tam giác SAB , SAC lần lượt vuông góc tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}\text{cm}^3$. Tính khoảng cách từ C tới (SAB) .

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}\text{cm}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{4}\text{cm}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}$.

D. 1cm .

Lời giải

Gọi I là trung điểm của BC , H là điểm đối xứng với A qua I
 $\Rightarrow ABHC$ là hình chữ nhật.

Theo đề bài: $AB \perp SB; AB \perp HB \Rightarrow AB \perp (SBH) \Rightarrow AB \perp SH$

Lại có: $AC \perp SC; AC \perp CH \Rightarrow AC \perp (SCH) \Rightarrow AC \perp SH$

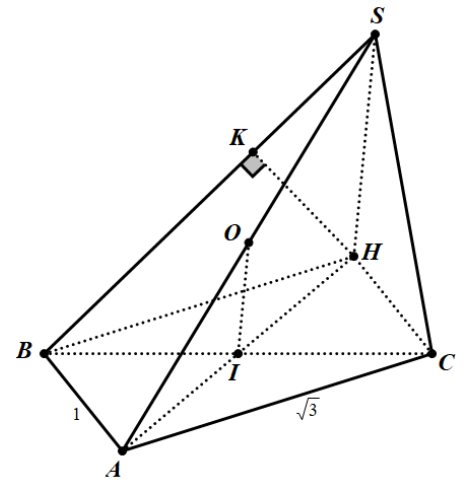
Do đó $SH \perp (ABC)$.

Gọi O là trung điểm của SA thì $OI \perp (ABC)$ và $OA = OS$

$\Rightarrow O$ là tâm của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{SA}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{5}.$$

$$\text{Lại có } AH = BC = 2 \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{5 - 4} = 1$$



Kẻ $AK \perp SB$ ($K \in SB$) $\Rightarrow HK \perp (SAB)$. Vì $CH \parallel (SAB) \Rightarrow d_{C/(SAB)} = d_{H/(SAB)} = HK$

$$\text{Áp dụng hệ thức lượng: } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HB^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 50: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$, $AA' = \frac{\sqrt{61}}{2}$. Hình chiếu của B' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC , M là trung điểm cạnh $A'B'$. Cosin của góc tạo bởi $mp(AMC')$ và $mp(A'BC)$ bằng

A. $\frac{11}{\sqrt{3157}}$.

B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$.

C. $\frac{33}{\sqrt{3517}}$.

D. $\frac{33}{\sqrt{3157}}$.

Lời giải

Gọi O là trung điểm của BC , H là hình chiếu của A lên BC .

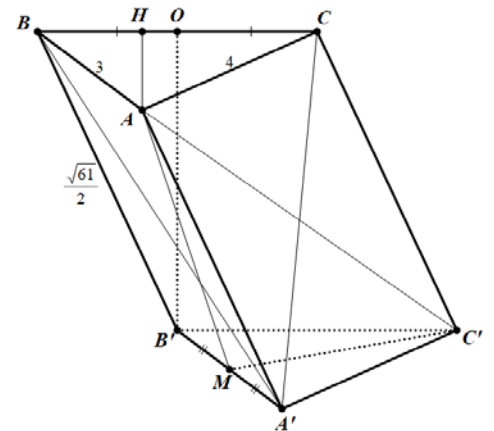
$$\text{Ta có: } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5 \Rightarrow OB = \frac{5}{2}.$$

$$OB' = \sqrt{BB'^2 - OB^2} = 3.$$

Vì $AB < AC$ nên H nằm giữa O và B .

$$CH = \frac{AC^2}{BC} = \frac{4^2}{5} = \frac{16}{5} \Rightarrow OH = CH - CO = \frac{16}{5} - \frac{5}{2} = \frac{7}{10}.$$

$$\text{Lại có } AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}.$$



Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O là gốc tọa độ; $B\left(-\frac{5}{2}; 0; 0\right)$; $B'(0; 0; -3)$; $A\left(-\frac{7}{10}; \frac{12}{5}; 0\right) \Rightarrow C\left(\frac{5}{2}; 0; 0\right)$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} = \left(\frac{5}{2}; 0; -3\right) \Rightarrow A'\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}; -3\right); \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'} \Rightarrow C'(5; 0; -3).$$

$$M \text{ là trung điểm của } A'B' \text{ nên } \Rightarrow M\left(\frac{9}{10}; \frac{6}{5}; -3\right).$$

$$\text{Mặt phẳng } (AMC') \text{ có véc tơ pháp tuyến: } \vec{n}_1 = [\overrightarrow{C'A}; \overrightarrow{C'M}] = (3; 6; 12; 3; -3)$$

$$\text{Mặt phẳng } (A'BC) \text{ có véc tơ pháp tuyến: } \vec{n}_2 = [\overrightarrow{A'B}; \overrightarrow{A'C}] = (0; -15; -12)$$

$$\text{Cosin của góc giữa 2 mặt phẳng này là: } \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} \approx 0,587322. \text{ Chọn D.}$$

